

SSD-AAPP

Sistema de Soporte a la decisión de las
Administraciones Públicas: su cultura, guías
de uso y buenas prácticas

Metodología matemática multicriterio discreta

ÍNDICE

1.	INTRODUCCIÓN	3
1.1.	OBJETIVO	3
1.1.1.	Audiencia	3
2.	MÉTODOS DE CÁLCULO UTILIZADOS POR EL SSD-AAPP	4
2.1.	NORMALIZACIÓN POR FRACCIÓN DEL IDEAL	4
2.2.	ORDENACIÓN POR PONDERACIÓN LINEAL	9

1. INTRODUCCIÓN

1.1. OBJETIVO

El propósito de este documento es describir la metodología matemática que utiliza el Sistema de Soporte a la Decisión de las Administraciones Públicas para calcular los resultados del proceso de decisión.

1.1.1. Audiencia

Este documento está dirigido a aquellos usuarios interesados en conocer brevemente los fundamentos matemáticos en los cuales se basa la aplicación para decidir cuál es la mejor alternativa en un proceso de decisión.

2. MÉTODOS DE CÁLCULO UTILIZADOS POR EL SSD-AAPP

El proceso de decisión utilizado por el Sistema de Soporte a la Decisión de las Administraciones Públicas para obtener la mejor solución de todas las posibles que se presentan en un problema, se caracteriza por el uso de métodos de cálculo, basados en la teoría de la decisión multicriterio discreta, que le permiten obtener, partiendo de las puntuaciones de las distintas alternativas según los diferentes criterios definidos y los pesos de éstos, la ordenación final de dichas alternativas existentes en el problema.

De entre las técnicas empleadas en la aplicación de la teoría de la decisión multicriterio discreta, se han seleccionado para la herramienta SSD-AAPP las siguientes¹:

- **Normalización de puntuaciones por fracción del ideal**
- **Ordenación de alternativas por ponderación lineal**

En los apartados que se encuentran a continuación se describe cada uno de ellos.

2.1. NORMALIZACIÓN POR FRACCIÓN DEL IDEAL

El proceso de normalización permite establecer comparaciones y/o cálculos entre las evaluaciones cardinales de las alternativas respecto a los diversos criterios, evitando no sólo los conflictos ocasionados por la utilización de diversas unidades de medida para una misma magnitud, sino también los originados por el tratamiento conjunto de magnitudes diversas. En consecuencia, como resultado de la normalización, uniformiza todas las escalas a una escala $[0,1]$ única.

El procedimiento óptimo de normalización de puntuaciones, es aquél que proporciona unas puntuaciones normalizadas que presentan las siguientes propiedades:

- No verse afectadas por la introducción y/o eliminación de alternativas.
- Mantener una proporcionalidad de la misma magnitud que las puntuaciones sin normalizar.

¹ La herramienta SSD-AAPP (anteriormente SSD-CIABSI), en sus primeras versiones, se fundamenta en los estudios científicos del Dr. Sergio Barba-Romero, catedrático de la Universidad de Alcalá de Henares, y se ha mejorado en su aplicación con el análisis contenido en el Informe sobre el tratamiento de los umbrales elaborado por D^a Rosario Romera, profesora titular en el Departamento de Estadística y Econometría de la Universidad Carlos III de Madrid.

El SSD-AAPP utiliza el **método de normalización por fracción del ideal**. Este procedimiento se caracteriza por la intervención de dos conceptos, los denominados umbrales de saciedad, que están asociados a cada uno de los criterios: el **umbral de saciedad mínimo** y el **umbral de saciedad máximo**. Estos dos valores delimitan el intervalo en el que se enmarcan las puntuaciones de las alternativas para un determinado criterio.

Estos umbrales delimitan además la **alternativa ideal**, en función de la cual se obtienen las puntuaciones normalizadas.

Los umbrales de saciedad máximo en los criterios a maximizar y mínimo en los criterios a minimizar se pueden considerar como la cota a partir de la cual las aspiraciones están cubiertas y, por tanto una vez rebasada la misma, no se aporta valor extra a favor de las alternativas.

Por tanto, estos umbrales podrán ser establecidos por el decisor, a menos se opte por que sean calculados de forma automática por la aplicación.

Se puede establecer lo siguiente acerca de estos conceptos:

- El **umbral de saciedad máximo calculado** en los criterios a maximizar será el valor máximo de las puntuaciones introducidas.
- De la misma manera, el **umbral de saciedad mínimo calculado** en los criterios a minimizar será el mínimo de estas puntuaciones.
- Los **umbrales calculados** no evitan, obviamente, influencias por inclusión o eliminación de alternativas, por lo que el sistema permite su modificación.
- Los umbrales de saciedad serán recalculados siempre que se modifiquen puntuaciones o alternativas (inserción, borrado, activación, desactivación), previamente a la normalización de puntuaciones por Fracción del ideal.
- **Si alguno de ellos se ha introducido manualmente, prevalecerá el introducido por el usuario**, que permanecerá estable y no se verá afectado por la inclusión o eliminación de alternativas.
- El **umbral de saciedad mínimo calculado** en los criterios a maximizar es siempre 0 y el **umbral de saciedad máximo calculado** en los criterios a minimizar es siempre infinito. La modificación de estos umbrales hace perder la proporcionalidad entre las puntuaciones asignadas y las puntuaciones normalizadas. En consecuencia, el sistema no lo permite.

La notación utilizada en la explicación matemática del método es la siguiente:

a_{ij} : Puntuación original, sin normalizar, de la alternativa A_j para el criterio C_i . $a_{ij} \geq 0$.

v_{ij} : Puntuación normalizada, de la alternativa A_j para el criterio C_i .

Um_i : Umbral inferior de saciedad o umbral de saciedad mínimo de la escala de medida del criterio C_i .

UM_i : Umbral superior de saciedad o umbral de saciedad máximo de la escala de medida del criterio C_i .

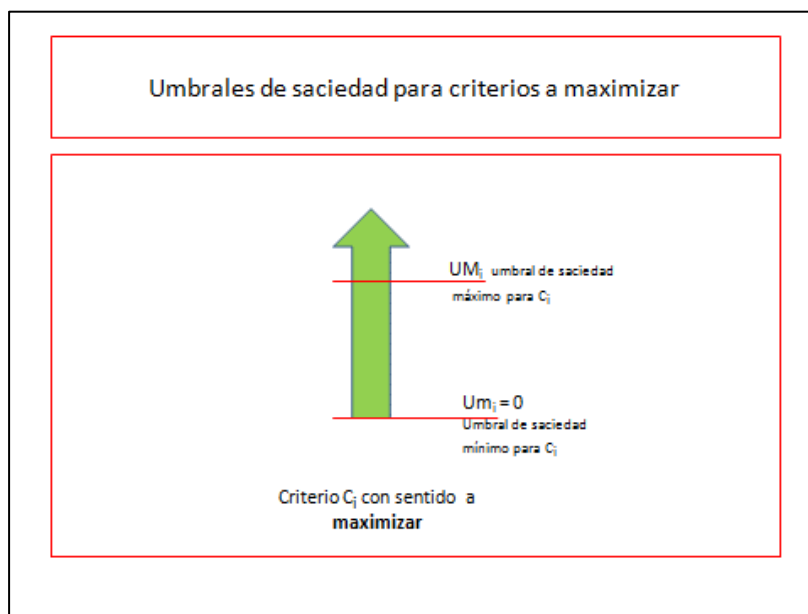
UM^*_i y Um^*_i : Son los inversos de **Um_i** y **UM_i** respectivamente (esta notación se utiliza en los cálculos de los criterios a minimizar)²

Teniendo en cuenta la notación anterior y en función de los datos de los criterios, las puntuaciones otorgadas y los umbrales, la normalización se realiza del siguiente modo:

- Si el criterio es a maximizar

$$Um_i = 0$$

$$UM_i = \text{Máx}(a_{ij}) \text{ o valor ideal establecido por el decisor}$$



² Inverso multiplicativo, recíproco o inversa de un número x , es el número, denotado como $1/x$, que multiplicado por x da 1 como resultado.

Para calcular la puntuación normalizada V_{ij} se aplican las siguientes fórmulas:

- si $a_{ij} \leq Um_i$ entonces $v_{ij} = 0$
- si $Um_i < a_{ij} \leq UM_i$ entonces $v_{ij} = (a_{ij} - Um_i) / (UM_i - Um_i) \Rightarrow v_{ij} = a_{ij} / UM_i$
- si $a_{ij} \geq UM_i$ entonces $v_{ij} = 1$

- Si el criterio es a minimizar

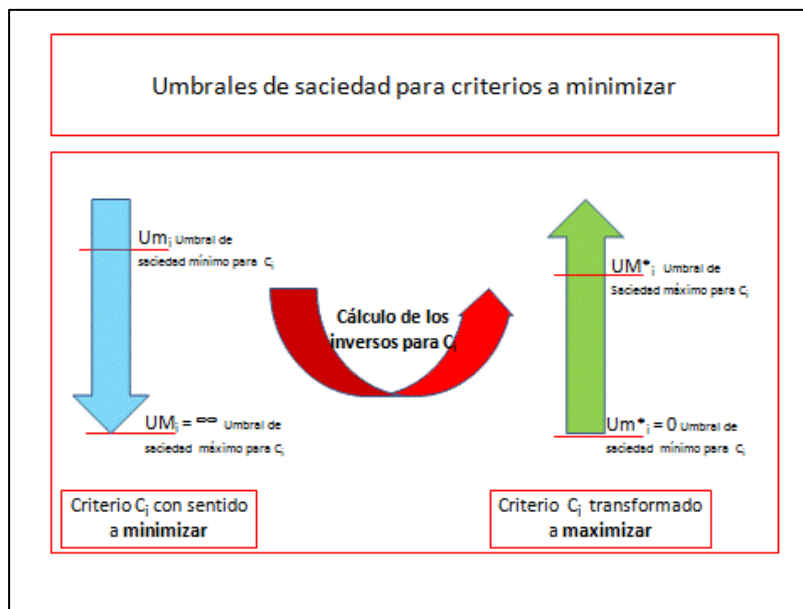
$Um_i = \min(a_{ij})$ o valor ideal establecido por el decisor

$UM_i = \infty$

En criterios a minimizar, el sistema transforma los valores, tanto de las puntuaciones como los umbrales, en su inverso, tras lo cual pueden ser tratados como criterios a maximizar. La transformación, que es transparente para el usuario, se realiza de la siguiente forma:

$$UM^*_i = 1/Um_i$$

$$Um^*_i = 1/UM_i = 1/\infty = 0$$



Por lo que, para el cálculo de la puntuación normalizada v_{ij} , de un criterio a minimizar se utilizan las mismas fórmulas que en el caso de criterios a maximizar, aplicadas sobre su inverso, es decir, una vez transformado su sentido en maximizar:

si $a^*_{ij} \leq Um^*_i$ entonces $v_{ij} = 0$

si $Um^*_i < a^*_{ij} \leq UM^*_i$ entonces $v_{ij} = a^*_{ij} / UM^*_i$

si $a^*_{ij} \geq UM^*_i$ entonces $v_{ij} = 1$

2.2. ORDENACIÓN POR PONDERACIÓN LINEAL

Una vez que se han calculado las puntuaciones normalizadas mediante el método anterior, el Sistema de Soporte a la Decisión de las Administraciones Públicas utiliza un método de ordenación que, partiendo de las puntuaciones normalizadas de cada alternativa, obtiene una puntuación final o global de cada una de ellas que permite ordenarlas de mejor a peor.

El procedimiento de cálculo es muy sencillo: para cada alternativa se multiplica su puntuación normalizada para cada criterio por el peso de dicho criterio, y la suma de todas estas cantidades es el valor de la puntuación global de esa alternativa.

Las puntuaciones finales de cada una de las alternativas, se ordenarán de mayor a menor, obteniéndose por asociación la ordenación de las alternativas correspondientes.

Considerando que la importancia de los criterios utilizados para valorar las alternativas, se ha establecido dentro del rango $(0,100]$, la herramienta presenta adicionalmente los valores de la puntuación global resultante de forma que se normaliza la mejor a 100 y el resto de forma proporcional.